

I SISTEMI DI NUMERAZIONE

(esercizi svolti)

Prof. G. Ciaschetti

- **Conversione di un numero da binario a decimale**

Esercizio 1. Convertire in decimale il seguente numero binario: $(11100011)_2$

Soluzione: Ricordando che il sistema numerico binario è un sistema posizionale, in cui il valore di ogni posizione è una potenza del 2 – che è la base del sistema binario – scriviamo in piccolo in alto il valore di ogni posizione, ed effettuiamo la somma delle cifre con il loro valore:

$$\begin{array}{cccccccc} 128 & 64 & 32 & 16 & 8 & 4 & 2 & 1 \\ (1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1)_2 = 1*128 + 1*64 + 1*32 + 0*16 + 0*8 + 0*4 + 1*2 + 1*1 = (227)_{10} \end{array}$$

Esercizio 2. Convertire in decimale il seguente numero binario: $(100111)_2$

Soluzione: Ricordando che il sistema numerico binario è un sistema posizionale, in cui il valore di ogni posizione è una potenza del 2 – che è la base del sistema binario – scriviamo in piccolo in alto il valore di ogni posizione, ed effettuiamo la somma delle cifre con il loro valore:

$$\begin{array}{cccccc} 32 & 16 & 8 & 4 & 2 & 1 \\ (1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1)_2 = 1*32 + 0*16 + 0*8 + 1*4 + 1*2 + 1*1 = (39)_{10} \end{array}$$

Esercizio 3. Convertire in decimale il seguente numero binario: $(111100)_2$

Soluzione: Semplifichiamo la scrittura della soluzione, osservando che $1 * n = n$, e $0 * n = 0$:

$$\begin{array}{cccccc} 32 & 16 & 8 & 4 & 2 & 1 \\ (1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0)_2 = 32 + 16 + 8 + 4 = (60)_{10} \end{array}$$

Esercizio 4. Convertire in decimale il seguente numero binario: $(101010)_2$

Soluzione: sempre osservando che $1 * n = n$, e $0 * n = 0$, possiamo scrivere:

$$\begin{array}{cccccc} 32 & 16 & 8 & 4 & 2 & 1 \\ (1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0)_2 = 32 + 8 + 2 = (42)_{10} \end{array}$$

- **Conversione di un numero da decimale a binario**

Esercizio 5. Convertire in binario il seguente numero decimale: $(50)_{10}$

Soluzione: usiamo il metodo “a occhio”. Elenchiamo le diverse potenze del 2, a partire da 2^0 a destra, e mettiamo 1 nella posizione di quelle che prenderemo, mentre mettiamo 0 nella posizione di quelle che non prenderemo per formare il nostro numero decimale:

$$(50)_{10} = \begin{array}{ccccccc} & 32 & 16 & 8 & 4 & 2 & 1 \\ (1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0) & 2 = 32 + 16 + 2 = (50)_{10} \end{array}$$

Esercizio 6. Convertire in binario il seguente numero decimale: $(77)_{10}$

Soluzione: usiamo ancora il metodo “a occhio”:

$$(77)_{10} = \begin{array}{ccccccc} & 64 & 32 & 16 & 8 & 4 & 2 & 1 \\ (1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1) & 2 = 64 + 8 + 4 + 1 = (77)_{10} \end{array}$$

Esercizio 7. Convertire in binario il seguente numero decimale: $(25)_{10}$

Soluzione: usiamo ancora il metodo “a occhio”:

$$(25)_{10} = \begin{array}{ccccccc} & 16 & 8 & 4 & 2 & 1 \\ (1 & 1 & 0 & 0 & 1) & 2 = 16 + 8 + 1 = (25)_{10} \end{array}$$

Esercizio 8. Convertire in binario il seguente numero decimale: $(91)_{10}$

Soluzione: usiamo ora il metodo delle divisioni successive:

$$91: 2 = 45 \text{ con resto } 1$$

$$45: 2 = 22 \text{ con resto } 1$$

$$22: 2 = 11 \text{ con resto } 0$$

$$11: 2 = 5 \text{ con resto } 1$$

$$5: 2 = 2 \text{ con resto } 1$$

$$2: 2 = 1 \text{ con resto } 0$$

$$1: 2 = \underline{0} \text{ con resto } 1 \text{ (quando il quoziente è 0 ci fermiamo!)}$$

Leggendo la sequenza dei resti al contrario, troviamo che il corrispondente numero binario del numero $(91)_{10}$ è il numero $(1011011)_2$.

Esercizio 9. Convertire in binario il seguente numero decimale: $(42)_{10}$

Soluzione: usiamo ora il metodo delle divisioni successive:

$$42: 2 = 21 \text{ con resto } 0$$

$$21: 2 = 10 \text{ con resto } 1$$

$$10: 2 = 5 \text{ con resto } 0$$

$$5: 2 = 2 \text{ con resto } 1$$

$$2: 2 = 1 \text{ con resto } 0$$

$$1: 2 = \underline{0} \text{ con resto } 1$$

Leggendo la sequenza dei resti al contrario, troviamo che il corrispondente numero binario del numero $(42)_{10}$ è il numero $(101010)_2$.

- **Conteggio in binario**

Esercizio 10. Contare in binario dal numero decimale 60 al numero decimale 70.

Soluzione: Ricordiamo che per contare in binario procediamo allo stesso modo di come si conta in decimale, cioè aggiungiamo un'unità nella posizione più a destra possibile, rimettendo eventualmente a 0 i bit più a destra di quello modificato. Iniziando dal numero 60,

<i>decimale</i>		<i>binario</i>
60	=	111100
61	=	111101
62	=	111110
		111111
		1000000
...		1000001
		1000010
		1000011
		1000100
69	=	1000101
70	=	1000110

Esercizio 11. Contare in binario dal numero decimale 90 al numero decimale 99.

Soluzione: Osservando nell'esercizio precedente che l'ultimo bit a destra cambia ogni riga, quello alla sua sinistra cambia ogni due righe, quello ancora a sinistra ogni quattro righe, e così via, possiamo andare un po' più spediti nel nostro conteggio:

<i>decimale</i>		<i>binario</i>
90	=	1011010
91	=	1011011
92	=	1011100
		1011101
		1011110
...		1011111
		1100000
		1100001
		1100010
99	=	1100011

- **Conversione di un numero da ottale a decimale**

Esercizio 12. Convertire in decimale il seguente numero ottale: $(561)_8$

Soluzione: Ricordando che il sistema numerico ottale è un sistema posizionale, in cui il valore di ogni posizione è una potenza dell'8 – che è la base del sistema ottale – scriviamo in piccolo in alto il valore di ogni posizione, ed effettuiamo la somma delle cifre con il loro valore:

$$\begin{array}{c} 8^2 \ 8^1 \ 8^0 \\ (5 \ 6 \ 1)_8 = 5 \cdot 8^2 + 6 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^0 = 5 \cdot 64 + 6 \cdot 8 + 1 \cdot 1 = 320 + 48 + 1 = (369)_{10} \end{array}$$

Esercizio 13. Convertire in decimale il seguente numero ottale: $(33)_8$

Soluzione: Esprimiamo le potenze dell'8 direttamente con il loro valore nelle diverse posizioni, velocizzando un po' il calcolo:

$$\begin{array}{c} 8 \ 1 \\ (3 \ 3)_8 = 3 \cdot 8 + 3 \cdot 1 = 24 + 3 = (27)_{10} \end{array}$$

Esercizio 14. Convertire in decimale il seguente numero ottale: $(8)_8$

Soluzione: Ricordando che con una sola cifra ottale possiamo esprimere fino al numero 7, il numero richiesto è $(10)_8$

Esercizio 15. Convertire in decimale il seguente numero ottale: $(120)_8$

Soluzione: Anche qui, esprimiamo direttamente il valore delle potenze:

$$\begin{array}{c} 64 \ 8 \ 1 \\ (1 \ 2 \ 0)_8 = 64 + 2 \cdot 8 = 64 + 16 = (80)_{10} \end{array}$$

- **Conversione di un numero da decimale a ottale**

Esercizio 16. Convertire in ottale il seguente numero decimale: $(77)_{10}$

Soluzione: usando il metodo delle divisioni successive, abbiamo:

$$77 : 8 = 9 \text{ con resto } 5$$

$$9 : 8 = 1 \text{ con resto } 1$$

$$1 : 8 = \underline{0} \text{ con resto } 1 \text{ (quando il quoziente è 0 ci fermiamo!)}$$

Leggendo la sequenza dei resti al contrario, troviamo che il corrispondente numero ottale del numero $(77)_{10}$ è il numero $(115)_8$. Infatti, $(115)_8 = 1 \cdot 64 + 1 \cdot 8 + 5 \cdot 1 = 64 + 8 + 5 = (77)_{10}$

Esercizio 17. Convertire in ottale il seguente numero decimale: $(166)_{10}$

Soluzione: usiamo ancora il metodo delle divisioni successive, abbiamo:

$$166: 8 = 20 \text{ con resto } 6$$

$$20: 8 = 2 \text{ con resto } 4$$

$$2: 8 = 0 \text{ con resto } 2$$

Il numero cercato è $(246)_8$. Infatti, abbiamo che $(246)_8 = 2 \cdot 64 + 4 \cdot 8 + 6 \cdot 1 = 128 + 32 + 6 = (166)_{10}$

- **Conteggio in ottale**

Esercizio 18. Contare in ottale dal numero decimale 7 al numero decimale 20.

Soluzione: Ricordiamo che per contare in ottale procediamo allo stesso modo di come si conta in decimale e in binario, cioè aggiungiamo un'unità nella posizione più a destra possibile, rimettendo eventualmente a 0 le cifre più a destra di quella modificata. Iniziando dal numero 7,

<i>decimale</i>		<i>ottale</i>
7	=	7
8	=	10
9	=	11
		12
		13
		14
...		15
		16
		17
		20
		21
18	=	22
19	=	23
20	=	24

Esercizio 19. Contare in ottale dal numero decimale 64 al numero decimale 82.

Soluzione:

<i>decimale</i>		<i>ottale</i>
64	=	100
65	=	101
66	=	102
		103
		104
		105
		106
		107
		110
...		111

		112
		113
		114
		115
		116
		117
		120
81	=	121
82	=	122

• Conversione di un numero da ottale a binario e viceversa

Esercizio 19. Convertire in ottale il seguente numero binario: $(11100011)_2$

Soluzione: Ricordando che una cifra ottale corrisponde a un gruppo di tre cifre binarie, partendo da destra abbiamo:

$(\underbrace{111}_{3}\underbrace{000}_{4}\underbrace{11}_{2})_2$ Risulta, $(011)_2 = (3)_8$, $(100)_2 = (4)_8$, $(010)_2 = (2)_8$. Il numero cercato è $(342)_8$

Esercizio 20. Convertire in ottale il seguente numero binario: $(1000001101)_2$

Soluzione: Di nuovo, ricordando che una cifra ottale corrisponde a un gruppo di tre bit, partendo da destra abbiamo:

$(\underbrace{1000001101}_{1\ 0\ 1\ 5})_2$ Il numero cercato è $(1015)_8$

Esercizio 21. Convertire in binario il seguente numero ottale: $(46)_8$

Soluzione: Come prima, una cifra ottale corrisponde a un gruppo di tre bit. Stavolta è indifferente partire da destra o da sinistra. Abbiamo:

$$(4)_8 = (100)_2$$

$$(6)_8 = (110)_2$$

Il numero cercato è allora $(100-110)$, cioè $(100110)_2$

Esercizio 22. Convertire in binario il seguente numero ottale: $(347)_8$

Soluzione: Come prima, una cifra ottale corrisponde a un gruppo di tre bit. Stavolta è indifferente partire da destra o da sinistra. Abbiamo:

$$(3)_8 = (011)_2$$

$$(4)_8 = (100)_2$$

$$(7)_8 = (111)_2$$

Il numero cercato è allora $(011-100-111)$, cioè $(11100111)_2$

- **Conversione di un numero da esadecimale a decimale**

Esercizio 23. Convertire in decimale il seguente numero esadecimale: $(2A)_{16}$

Soluzione: Ricordando che il sistema numerico esadecimale è un sistema posizionale, in cui il valore di ogni posizione è una potenza del 16 – che è la base del sistema esadecimale – scriviamo in piccolo in alto il valore di ogni posizione, ed effettuiamo la somma delle cifre con il loro valore. Ricordiamo inoltre che nel sistema esadecimale la lettera A corrisponde al 10, la lettera B corrisponde all'11, la lettera C al 12, la lettera D al 13, la lettera E al 14 e la lettera F al 15.

$$\begin{array}{cc} 16^1 & 16^0 \\ (2\ A)_{16} = 2 \cdot 16^1 + 10 \cdot 16^0 = 32 + 10 = (42)_{10} \end{array}$$

Esercizio 24. Convertire in decimale il seguente numero esadecimale: $(2F8)_{16}$

Soluzione: Come sopra, sommiamo le cifre con il valore della loro posizione:

$$\begin{array}{ccc} 16^2 & 16^1 & 16^0 \\ (2\ F\ 8)_{16} = 2 \cdot 16^2 + 15 \cdot 16^1 + 8 \cdot 16^0 = 2 \cdot 256 + 15 \cdot 16 + 8 \cdot 1 = 512 + 240 + 8 = (760)_{10} \end{array}$$

Esercizio 25. Convertire in decimale il seguente numero esadecimale: $(C1D)_{16}$

Soluzione: Per velocizzare, esprimiamo direttamente il valore delle diverse posizioni:

$$\begin{array}{ccc} 256 & 16 & 1 \\ (C\ 1\ D)_{16} = 12 \cdot 256 + 1 \cdot 16 + 13 \cdot 1 = 3072 + 16 + 13 = (3101)_{10} \end{array}$$

- **Conversione di un numero da decimale a esadecimale**

Esercizio 26. Convertire in esadecimale il seguente numero decimale: $(335)_{10}$

Soluzione: Usando il metodo delle divisioni successive, abbiamo:

$$335:16 = 20 \text{ con resto } 15 \rightarrow \text{lettera F}$$

$$20:16 = 1 \text{ con resto } 4$$

$$1:16 = 0 \text{ con resto } 1$$

Leggendo i resti al contrario, troviamo che il numero cercato è $(14F)_{16}$. Infatti, abbiamo che $(14F)_{16} = 1 \cdot 256 + 4 \cdot 16 + 15 \cdot 1 = (335)_{10}$

Esercizio 27. Convertire in esadecimale il seguente numero decimale: $(250)_{10}$

Soluzione: Usando il metodo delle divisioni successive, abbiamo:

$$250:16 = 15 \text{ con resto } 10 \rightarrow \text{lettera A}$$

$$15:16 = 0 \text{ con resto } 15 \rightarrow \text{lettera F}$$

Il numero cercato è $(FA)_{16}$. Infatti, abbiamo che $(FA)_{16} = 15 \cdot 16 + 10 \cdot 1 = 240 + 10 = (250)_{10}$

- **Conversione di un numero da esadecimale a binario e viceversa**

Esercizio 28. Convertire in esadecimale il seguente numero binario: $(11100011)_2$

Soluzione: Ricordando che una cifra esadecimale corrisponde a un gruppo di quattro cifre binarie, partendo da destra abbiamo:

$$\underbrace{(11100010)}_2 \quad \text{Risulta, } (1110)_2 = (14)_{10} = (E)_{16} \text{ e } (0010)_2 = (2)_{10} = (2)_{16}$$

E 2

Il numero cercato è $(E2)_{16}$

Esercizio 29. Convertire in esadecimale il seguente numero binario: $(1000001101)_2$

Soluzione: Di nuovo, ricordando che una cifra esadecimale corrisponde a un gruppo di quattro bit, partendo da destra abbiamo:

$$\underbrace{(1000001101)}_2 \quad \text{Il numero cercato è } (20D)_{16}$$

2 0 D

Esercizio 30. Convertire in binario il seguente numero esadecimale: $(B0C)_{16}$

Soluzione: Come prima, una cifra esadecimale corrisponde a un gruppo di quattro bit. Stavolta è indifferente partire da destra o da sinistra. Abbiamo:

$$(B)_{16} = (11)_{10} = (1011)_2$$

$$(0)_{16} = (0)_{10} = (0000)_2$$

$$(C)_{16} = (12)_{10} = (1100)_2$$

Il numero cercato è allora $(1011-0000-1100)$, cioè $(101100001100)_2$

Esercizio 31. Convertire in binario il seguente numero esadecimale: $(FE2)_{16}$

Soluzione: Come prima, una cifra esadecimale corrisponde a un gruppo di quattro bit. Stavolta è indifferente partire da destra o da sinistra. Abbiamo:

$$(F)_{16} = (15)_{10} = (1111)_2$$

$$(E)_{16} = (14)_{10} = (1110)_2$$

$$(2)_{16} = (2)_{10} = (0010)_2$$

Il numero cercato è allora $(1111-1110-0010)$, cioè $(11111100010)_2$

- **Conteggio in esadecimale**

Esercizio 32. Contare in esadecimale dal numero decimale 8 al numero decimale 28.

Soluzione: Ricordiamo che per contare in esadecimale procediamo allo stesso modo di come si conta in decimale e in binario, cioè aggiungiamo un'unità nella posizione più a destra possibile, rimettendo eventualmente a 0 le cifre più a destra di quella modificata. Iniziando dal numero 8,

<i>decimale</i>		<i>esadecimale</i>
8	=	8
9	=	9
10	=	A
11	=	B
...		C
		D
		E
15	=	F
16	=	10
17	=	11
...		12
		13
		14
		15
		16
		17
		18
25	=	19
26	=	1A
27	=	1B
28	=	1C

Esercizio 32. Contare in esadecimale dal numero decimale 232 al numero decimale 258.

Soluzione: Ricordiamo che per contare in esadecimale procediamo allo stesso modo di come si conta in decimale e in binario, cioè aggiungiamo un'unità nella posizione più a destra possibile, rimettendo eventualmente a 0 le cifre più a destra di quella modificata. Iniziando dal numero 232,

<i>decimale</i>		<i>esadecimale</i>
232	=	E8
233	=	E9
234	=	EA
...		EB
		EC
		ED
		EE
		EF
240	=	F0
241	=	F1
...		F2
		F3
		F4
		F5
		F6
		F7
		F8
		F9
		FA
		FB
		FC

		FD
254	=	FE
255	=	FF
256	=	100
257	=	101
258	=	102