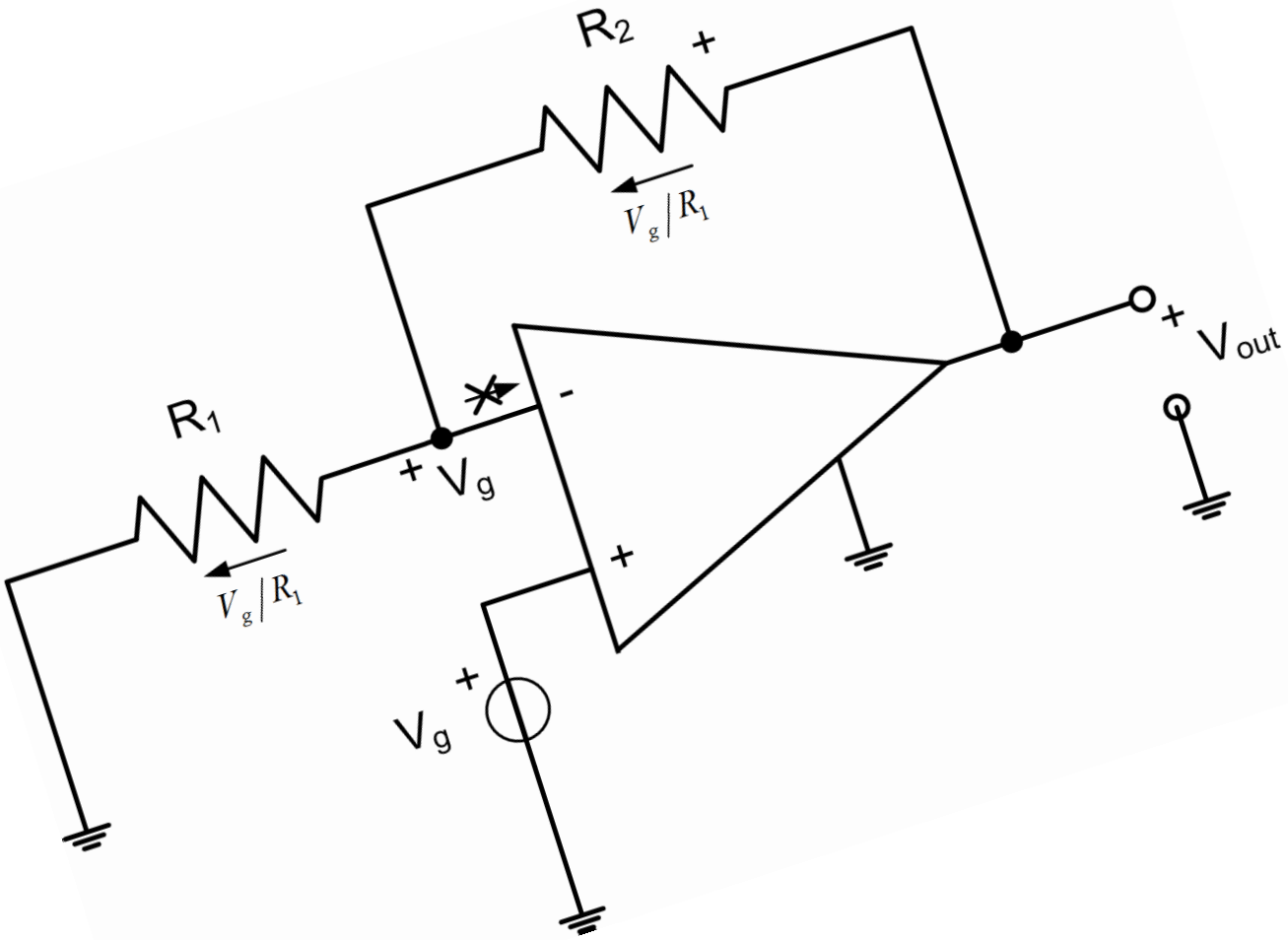

Michele Scarpiniti

L'Amplificatore Operazionale

MICHELE SCARPINITI

L'Amplificatore Operazionale

Versione 1.0

Dipartimento *DIET*
Università di Roma *"La Sapienza"*
via Eudossiana 18, 00184 Roma

L'Amplificatore Operazionale

Indice

1 L'Amplificatore Operazionale **1**
1.1 Il componente 1
1.2 Le configurazioni 2
1.2.1 La configurazione invertente 2
1.2.2 La configurazione non invertente 4
1.3 Configurazioni particolari 6
1.3.1 Integratore 7
1.3.2 Derivatore 8
1.3.3 Il sommatore pesato 8
1.3.4 L'inseguitore di tensione 9
1.3.5 Filtro 9
1.4 L'amplificatore operazionale e il nullore 10
1.5 Il funzionamento interno 12

1

L'Amplificatore Operazionale

Lo scopo del seguente capitolo è di introdurre un nuovo componente circuitale, chiamato **amplificatore operazionale**. Il significato di questo nome sarà chiarito nel seguito. Anche se l'amplificatore operazionale è un componente che viene venduto (per esempio il μA 741), il comportamento che descriveremo in questa sede è abbastanza ideale, tanto da giustificare il nome di **amplificatore operazionale ideale**.

1.1 Il componente

Il simbolo dell'amplificatore operazionale ideale è quello riportato in Figura 1.1. Il componente ha due morsetti di ingresso, denominati come *morsetto* o *ingresso* ***invertente*** (quello indicato con il segno -) e il *morsetto* o *ingresso* ***non invertente*** (quello indicato con il segno +), un morsetto di riferimento e uno di uscita. La tensione di uscita si intende calcolata rispetto al potenziale del morsetto di riferimento.

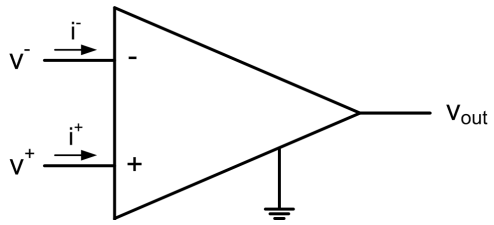

Fig. 1.1: Simbolo dell'amplificatore operazionale ideale.

L'amplificatore operazionale è anche caratterizzato da un parametro A denominato **amplificazione**, che nel componente ideale tende a infinito ($A \to \infty$).

L'amplificatore operazionale fornisce in uscita una tensione che è pari ad A volte la differenza delle tensioni di ingresso, ovvero:

$$v_{out} = A(v^+ - v^-) \tag{1.1}$$

Dalla (1.1) ricavo per il componente ideale che:

$$v^+ - v^- = \frac{v_{out}}{A} \rightarrow 0 \tag{1.2}$$

il che implica che la tensione dell'ingresso non invertente è uguale alla tensione del morsetto invertente:

$$v^- \cong v^+$$

Questo concetto si esprime dicendo che tra i due ingressi (invertente e non invertente) è presente un *corto circuito virtuale*. Ovvero i due ingressi anche se non sono fisicamente connessi, lo risultano virtualmente.

Inoltre l'amplificatore operazionale ha una resistenza di ingresso molto elevata (nel caso ideale è $R_{in} \rightarrow \infty$), e quindi si può trascurare la corrente entrante nei due terminali di ingresso:

$$i^+ = i^- = 0$$

1.2 Le configurazioni

Questo componente non viene utilizzato così come è, poichè l'elevata amplificazione lo rende un componente instabile, ma lo si trova sempre in due configurazioni particolari, che prendono il nome di configurazione *invertente* e *non invertente*, rispettivamente.

1.2.1 La configurazione invertente

Lo schema di questa configurazione è riportato in Figura 1.2. La tensione $v_g(t)$ del generatore è posta in ingresso all'operazionale attraverso il resistore R_1. Il resistore R_2 controreaziona l'uscita, cioè riporta la tensione $v_{out}(t)$ in ingresso all'operazionale.

Vogliamo ora esprimere la tensione di uscita $v_{out}(t)$ in funzione della tensione $v_g(t)$ del generatore. A questo scopo e con riferimento alla Figura 1.3, si può notare che il morsetto invertente è connesso a massa. Allora grazie al corto circuito virtuale tra i morsetti invertente e non invertente, anche il morsetto invertente risulta virtualmente connesso a massa, e quindi a potenziale nullo (concetto della ***massa virtuale***).

La corrente che scorre quindi sul resistore R_1 è semplicemente $i_{R_1}(t) = v_g(t)/R_1$. Questa corrente, non potendo entrare nel morsetto invertente dell'amplificatore, scorrerà su R_2, provocando su di essa una differenza di

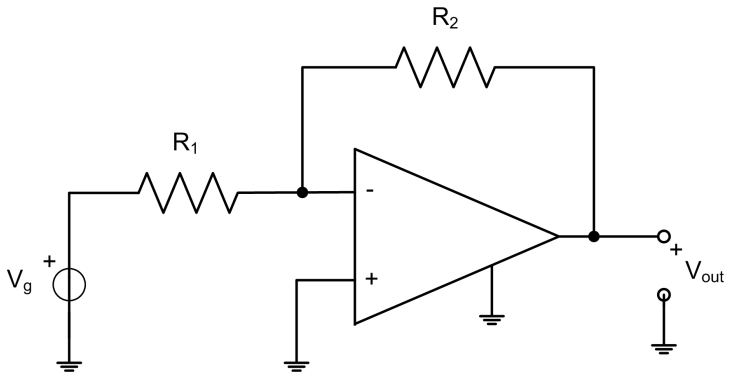

Fig. 1.2: Amplificatore operazionale nella configurazione invertente.

potenziale pari a $v_{R_2}(t) = \frac{R_2}{R_1} v_g(t)$, con il segno positivo a sinistra. A questo punto si può notare che la tensione di uscita (cioè tra il morsetto di uscita e messa) può essere calcolata come caduta di tensione sul resistore R_2 (tra il morsetto di uscita e la massa virtuale), ma con il segno positivo a destra: $v_{out}(t) = v_{R_2}(t)$. Quindi vale la seguente relazione:

$$v_{out}(t) = -\frac{R_2}{R_1} v_g(t) \tag{1.3}$$

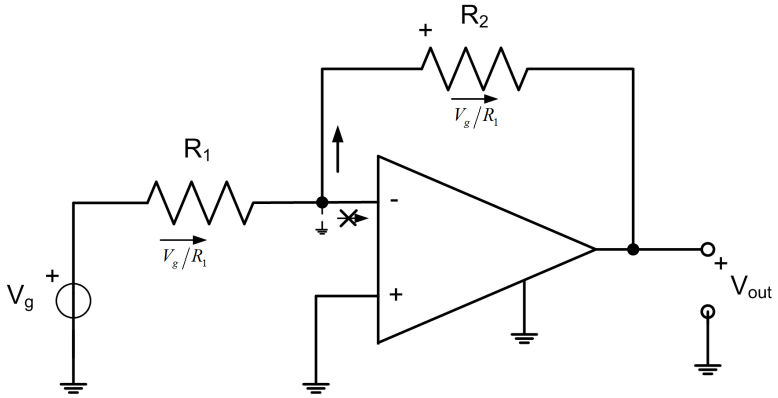

Fig. 1.3: Analisi dell'amplificatore operazionale in configurazione invertente.

Ogni qual volta ci troviamo in presenza della configurazione di Figura 1.2, possiamo sostituire al circuito un generatore di tensione di grandezza impressa pari alla (1.3).

Una relazione analoga vale se si sostituiscono i due resistori R_1 e R_2 con due impedenze Z_1 e Z_2 generiche. Il circuito risultante è rappresentato in Figura 1.4. Per quanto riguarda l'analisi di questo circuito, valgono le stesse considerazioni del caso resistivo se svolgiamo l'analisi nel dominio di

Laplace, e quindi la relazione finale è la seguente:

$$V_{out}(s) = -\frac{Z_2}{Z_1} V_g(s) \tag{1.4}$$

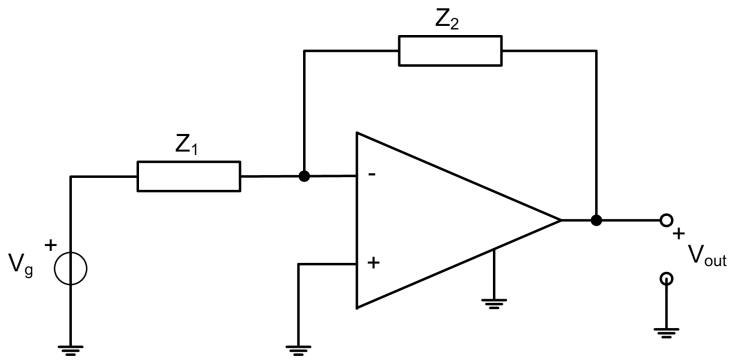

Fig. 1.4: Generica configurazione invertente dell'amplificatore operazionele.

1.2.2 La configurazione non invertente

Lo schema di questa configurazione è riportato in Figura 1.5. La tensione $v_g(t)$ del generatore è posta direttamente all'ingresso non invertente dell'-operazionale. Il morsetto non invertente invece è conesso a massa tramite il resistore R_1 e all'uscita tramite il resistore R_2, che quindi controreaziona l'uscita. Anche in questo caso siamo interessati ad esprimere il legame tra la $v_{out}(t)$ e la $v_g(t)$.

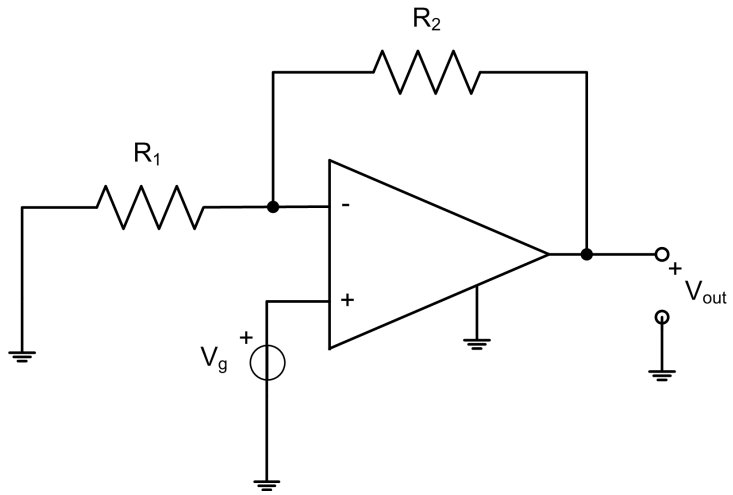

Fig. 1.5: Amplificatore operazionale nella configurazione non invertente.

A questo scopo e con riferimento alla Figura 1.6, si può notare che, grazie al corto circuito virtuale tra i morsetti invertente e non invertente, anche il morsetto invertente risulta virtualmente connesso al generatore, e quindi si trova a tensione $v_g(t)$. A questo punto sul resistore R_1 scorre una corrente verso massa pari a $v_g(t)/R_1$. Questa corrente, poiché non può venire dall'amplificatore operazionale, viene da R_2, e quindi provoca una caduta di tensione su di essa pari a $\frac{R_2}{R_1}v_g(t)$. La tensione di uscita (tra massa ed il terminale di uscita) può anche essere calcolata come tensione del generatore (tra massa e il piedino non invertente o invertente, per via del corto circuito virtuale) più la caduta di tensione sul resistore R_2:

$$v_{out}(t) = v_g(t) + \frac{R_2}{R_1}v_g(t) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_g(t)$$

e quindi il circuito costituito dall'amplificatore operazionale in configurazione non invertente può essere sostituito con un generatore di tensione dal valore impresso di

$$v_{out}(t) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_g(t) \tag{1.5}$$

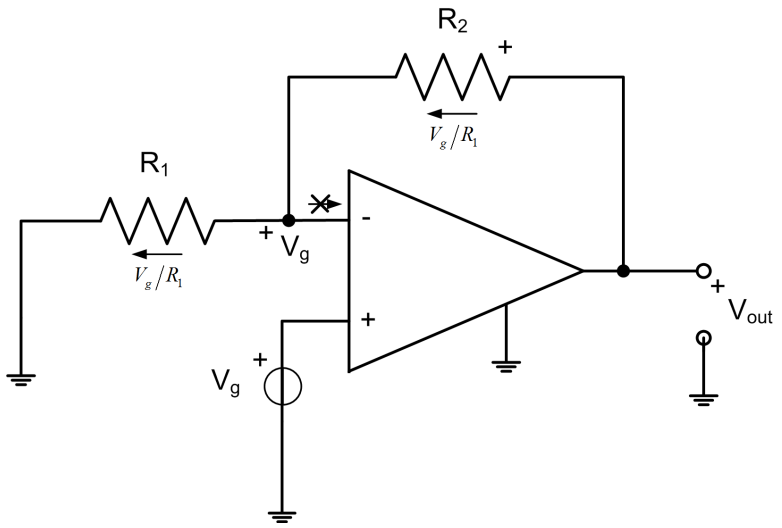

Fig. 1.6: Analisi dell'amplificatore operazionale in configurazione non invertente.

Anche in questo caso, una relazione analoga vale se si sostituiscono i due resistori R_1 e R_2 con due impedenze Z_1 e Z_2 generiche. Il circuito risultante è rappresentato in Figura 1.7. Per quanto riguarda l'analisi di questo circuito, valgono le stesse considerazioni del caso resistivo se svolgiamo l'analisi nel

dominio di Laplace, e quindi la relazione finale è la seguente:

$$V_{out}(s) = \left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right) V_g(s) \tag{1.6}$$

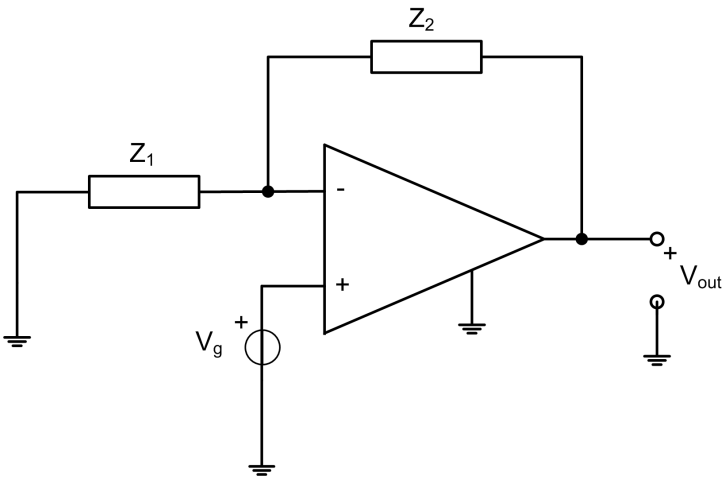

Fig. 1.7: Generica configurazione invertente dell'amplificatore operazionale.

Praticamente il generatore è attaccato direttamente al piedino non invertente molto raramente. Più spesso è presente una rete di impedenze, come è visibile dalla Figura 1.8. Poiché nel piedino non invertente non scorre corrente, la corrente del generatore scorrerà unicamente nella maglia formata dal generatore stesso, da Z_3 e Z_4, formando un partitore di tensione. La tensione al piedino non invertente è quindi semplicemente la caduta di tensione sull'impedenza Z_4:

$$V^+(s) = V_{Z_4}(s) = \frac{Z_4}{Z_3 + Z_4} V_g(s)$$

e quindi la formula (1.6) si modifica di conseguenza nella successiva:

$$V_{out}(s) = \frac{Z_4}{Z_3 + Z_4} \left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right) V_g(s) \tag{1.7}$$

1.3 Configurazioni particolari

In base alla natura delle due impedenze Z_1 e Z_2, cioè se sono resistori, induttori o condensatori, posso realizzare dei dispositivi in grado di compiere delle operazioni matematiche sul segnale di ingresso. Questa capacità dà il nome "*operazionale*" al dispositivo.

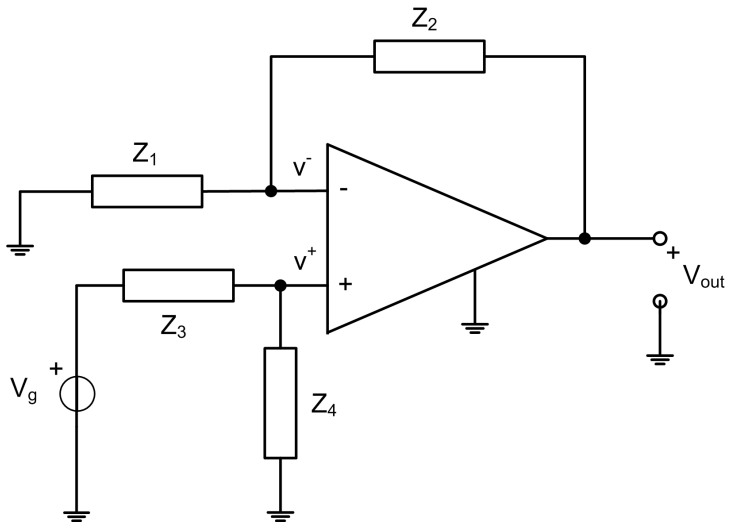

Fig. 1.8: Amplificatore operazionale nella configurazione non invertente con una rete di impedenze.

1.3.1 Integratore

Consideriamo un amplificatore operazionale nella configurazione invertente in cui l'impedenza Z_1 sia un resistore di resistenza R e l'impedenza Z_2 sia un condensatore di capacità C (e quindi impedenza $1/sC$), come descritto in Figura 1.9

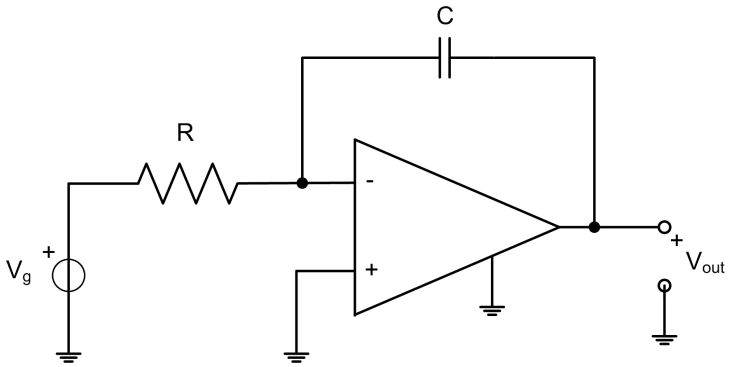

Fig. 1.9: Amplificatore operazionale come integratore.

Utilizzando l'espressione (1.4), si ottiene l'espressione della tensione di uscita, che è pari a:

$$V_{out}(s) = -\frac{1}{sRC}V_g(s) \tag{1.8}$$

Dalla (1.8) e dalle proprietà della trasformata di Laplace, si deduce che la tensione di uscita, a parte la scalatura di un fattore pari a RC ed uno

sfasamento di $180°$ (il segno $-$) è l'integrale dell'ingresso:

$$v_{out}(t) = -\frac{1}{RC}\int_0^{\infty} v_g(t) \tag{1.9}$$

Questo circuito quindi è in grado di fare l'integrale dell'ingresso e prende il nome di **integratore di Miller** o semplicemente **integratore**.

1.3.2 Derivatore

Consideriamo un amplificatore operazionale nella configurazione invertente in cui l'impedenza Z_1 sia un condensatore di capacità C (e quindi impedenza $1/sC$) e l'impedenza Z_2 sia un resistore di resistenza R , come descritto in Figura 1.10

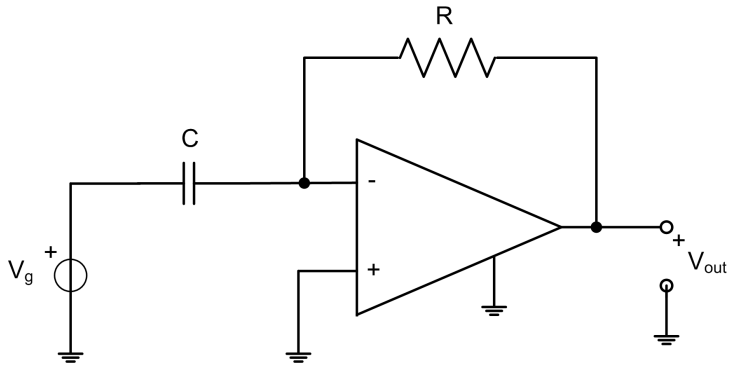

Fig. 1.10: Amplificatore operazionale come derivatore.

Utilizzando l'espressione (1.4), si ottiene l'espressione della tensione di uscita, che è pari a:

$$V_{out}(s) = -sRCV_g(s) \tag{1.10}$$

Dalla (1.10) e dalle proprietà della trasformata di Laplace, si deduce che la tensione di uscita, a parte la scalatura di un fattore pari a RC ed uno sfasamento di $180°$ (il segno $-$) è la derivata dell'ingresso:

$$v_{out}(t) = -RC\frac{dv_g(t)}{dt} \tag{1.11}$$

Questo circuito quindi è in grado di fare la derivata dell'ingresso e prende il nome di **derivatore**.

1.3.3 Il sommatore pesato

Una configurazione interessante consiste nel collegare al piedino invertente N generatori di tensione tramite N resistori, come in Figura 1.11. Applicando il principio di sovrapposizione degli effetti posso ricavare

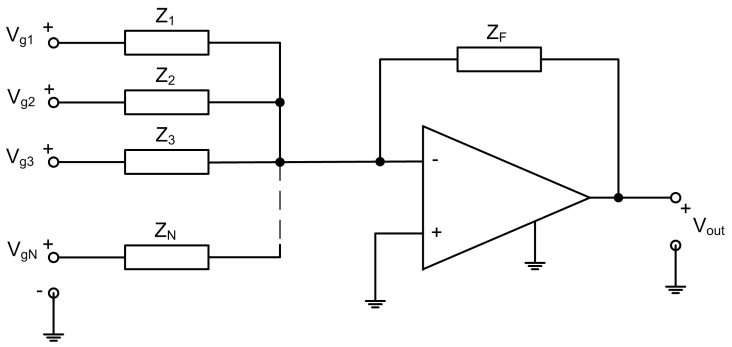

Fig. 1.11: Amplificatore operazionale come sommatore pesato.

facilmente l'espressione della tensione di uscita:

$$V_{out}(s) = -\left[\frac{Z_f}{Z_1}V_{g1}(s) + \frac{Z_f}{Z_2}V_{g2}(s) + \frac{Z_f}{Z_3}V_{g3}(s) + \cdots + \frac{Z_f}{Z_N}V_{gN}(s)\right] \quad (1.12)$$

E' evidente che questa configurazione è in grado di realizzare una somma pesata degli ingressi. A tale configurazione si da quindi il nome di **sommatore pesato**.

Un ragionamento analogo può essere fatto nel caso di più ingressi presenti nella configurazione non invertente. Una generalizzazione successiva può tenere in conto che gli ingressi possono essere presente contemporaneamente sul piedino invertente che su quello non invertente.

1.3.4 L'inseguitore di tensione

Caso molto importante nella pratica è costituito dalla configurazione non invertente in cui scelgo $R_1 = \infty$ e $R_2 = 0$, cioè il circuito rappresentato in Figura 1.12. Questa particolare configurazione prende il nome di **inseguitore di tensione** o **buffer**. Applicando la (1.5), ottengo che

$$v_{out}(t) = v_g(t) \quad (1.13)$$

ovvero in tale circuito la tensione di uscita è identica ("*insegue*") alla tensione di ingresso.

L'utilità di questo circuito risiede nell'elevata impedenza di ingresso di questo circuito, che quindi consente di disaccoppiare sorgenti di elevata impedenza da carichi di bassa impedenza.

1.3.5 Filtro

L'amplificatore operazionale, nella configurazione invertente o non invertente, realizza la funzione di rete:

$$F(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_g(s)} \quad (1.14)$$

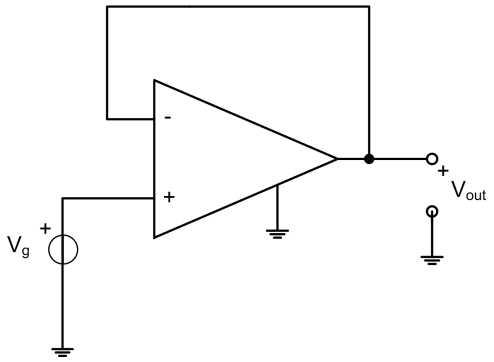

Fig. 1.12: Amplificatore operazionale nella configurazione di inseguitore di tensione.

che dipende in generale, quando Z_1 e Z_2 sono elementi dinamici, dalla frequenza. In questo senso il circuito realizza una trasformazione del segnale in ingresso in uno di uscita alterando il contenuto frequenziale, e quindi realizza un **filtro**.

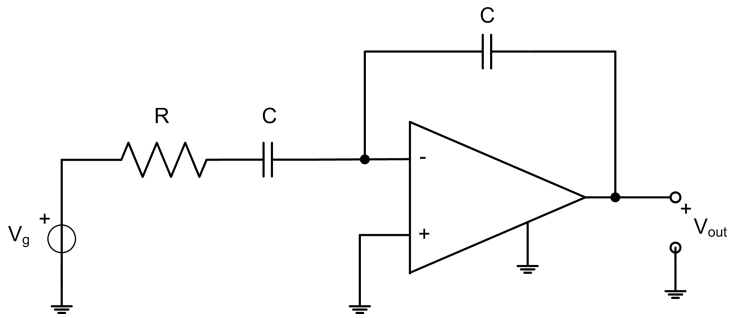

Fig. 1.13: Amplificatore operazionale come filtro

Se ad esempio considero il circuito di Figura 1.13 con $R = 1\ \Omega$ e $C = 1$ F, ottengo per la (1.14) la seguente funzione di trasferimento

$$F(s) = \frac{1}{s+1}$$

che realizza un filtro *passa basso* con *frequenza di taglio* pari a $\omega_0 = 1$ rad/s. La Figura 1.14 riporta i *diagrammi di Bode* del filtro considerato. Questa figura mostra il *modulo* (prima riga) e la *fase* (seconda riga) della funzione di trasferimento $F(s)$.

1.4 L'amplificatore operazionale e il nullore

L'amplificatore operazionale ha un comportamento molto simile al componente 2-porte ideale denominato *nullore*. Infatti, in relazione alla Figura

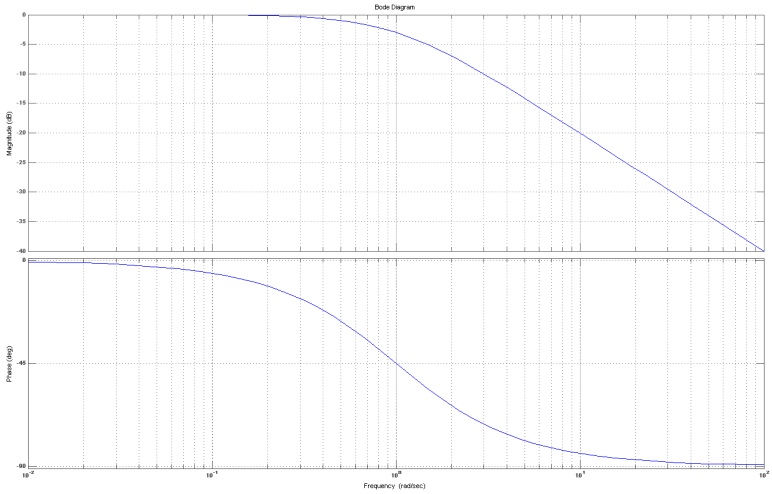

Fig. 1.14: Diagramma di Bode del filtro considerato

1.15 è facile notare che la coppia dei piedini invertente e non invertente si comporta come il *nullatore*, cioè differenza di potenziale nulla tra morsetti e corrente nulla di ingresso, mentre nulla possiamo dire sulla tensione o corrente al piedino di uscita, così come nulla possiamo dire alla coppia di morsetti del *noratore*.

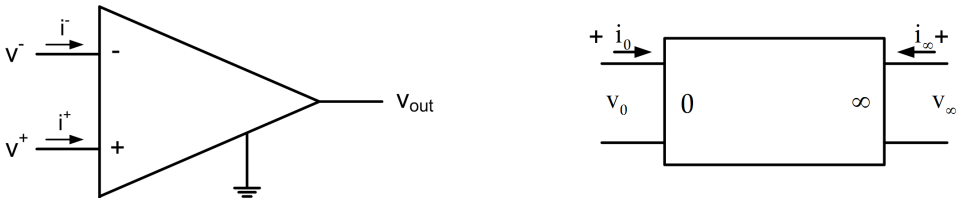

Fig. 1.15: Amplificatore operazionale e nullore.

Lo scopo per cui è stato introdotto il nullore è proprio quello di modellare componenti con un comportamento quasi ideale, come è il caso dell'amplificatore operazionale o il transistore.

In questo senso la configurazione dell'amplificatore operazionale invertente rappresentata in Figura 1.2 è equivalente al circuito in Figura 1.16. L'analisi viene eseguita con procedura identica al caso dell'amplificatore operazionale. Anche in questo caso trovo la nota relazione tra tensione di ingresso e tensione di uscita:

$$v_{out}(t) = -\frac{R_2}{R_1} v_g(t) \tag{1.15}$$

Come si deduce chiaramente la (1.15) coincide con la (1.3).

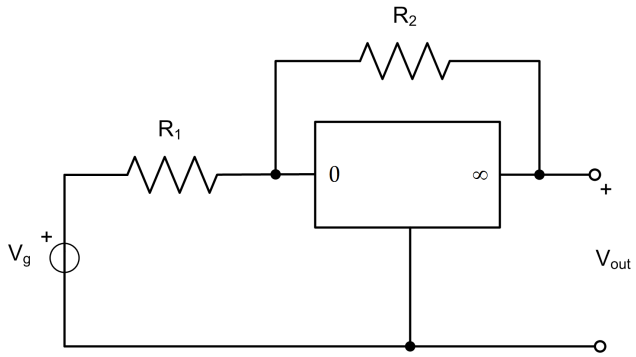

Fig. 1.16: La configurazione invertente con il nullore.

Una dimostrazione analoga può essere fatta sostituendo ai due resistori R_1 e R_2 due impedenze Z_1 e Z_2 generiche, ottenendo, nel dominio di Laplace, la solita espressione, ormai nota

$$V_{out}(s) = -\frac{Z_2}{Z_1} V_g(s) \tag{1.16}$$

1.5 Il funzionamento interno

Per completezza mostriamo in Figura 1.17 lo schema interno dell'amplificatore operazionale μA 741, prodotto dalla Philips.

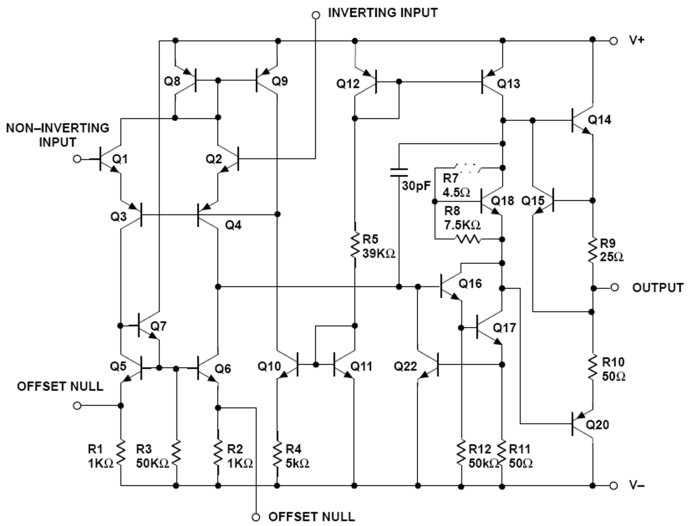

Fig. 1.17: Circuito interno dell'amplificatore operazionale μA741

Indice analitico

μA741, 12

Amplificatore
    Operazionale, 1
    Operazionale Ideale, 1
Amplificazione, 1

Bode
    Diagramma, 10
Buffer, 9

Configurazione
    Invertente, 2, 11
    Non Invertente, 2, 4
Corto Circuito Virtuale, 2

Derivatore, 8
Diagramma
    Bode, 10

Fase, 10
Filtro, 10
    Passa Bassa, 10
Frequenza
    di Taglio, 10
Funzione
    di Rete, 9
    di Trasferimento, 10

Ingresso
    Invertente, 1
    Non Invertente, 1
Inseguitore
    di Tensione, 9
Integratore, 8
    di Miller, 8
Invertente
    Configurazione, 2, 11

Laplace, 4, 6, 7, 12

Massa
    Virtuale, 2
Modulo, 10

Non Invertente
    Configurazione, 2, 4
Noratore, 11
Nullatore, 11
Nullore, 10

Partitore
    di Tensione, 6

Resistenza
    di Ingresso, 2

Sommatore
    Pesato, 9

Tensione
    Inseguitore di, 9

Transistore, 11

Virtuale
    Corto Circuito, 2
    Massa, 2